Corrigé

a) Conditions d'existence:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{5}$		2		$+\infty$
$5x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{5x+1}{x-2}$		$+$	0	$-$	‖	$+$	

$x \in \mathrm{I} = \left]-\infty\,;-\frac{1}{5}\right[\cup \left]2\,;+\infty\right[$

$\ln\left(\frac{5x+1}{x-2}\right) \leqslant \ln(1) \Leftrightarrow \frac{5x+1}{x-2} \leqslant 1$ et $x \in \mathrm{I}$

$\Leftrightarrow \frac{5x+1-(x-2)}{x-2} \leqslant 0$ et $x \in \mathrm{I} \Leftrightarrow \frac{4x+3}{x-2} \leqslant 0$ et $x \in \mathrm{I}$

x	$-\infty$		$-\frac{3}{4}$		2		$+\infty$
$4x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{4x+3}{x-2}$		$+$	0	$-$	‖	$+$	

$S = \left[-\frac{3}{4}\,;-\frac{1}{5}\right[$

b) Conditions d'existence :

$x^2 + 2x > 0$ soit $x \in \mathrm{I} = \left]-\infty\,;-2\right[\cup \left]0\,;+\infty\right[$

$\ln(x^2 + 2x) - 1 > 0$

$\Leftrightarrow \ln(x^2 + 2x) > \ln(\mathrm{e})$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x - \mathrm{e} > 0$ et $x \in \mathrm{I}$

Donc $S = \left]-\infty\,; x_1\right[\cup \left]x_2\,;+\infty\right[$

avec $x_1 = \frac{-2-\sqrt{2+2e}}{2}$ et $x_2 = \frac{-2+\sqrt{2+2e}}{2}$

c) $6e^x - 1 \geqslant 3 - 4e^x \Leftrightarrow S = \left[\ln\left(\frac{2}{5}\right); +\infty\right[$

d) $3e^{2x} - 9e^x < 0 \Leftrightarrow 3e^x(e^x - 3) < 0$ or $3e^x > 0$.

Il suffit donc d'étudier le signe de $e^x - 3$.

$S =]-\infty ; \ln 3[$